دستگاههای معادلات دیفرانسیل و سیستمهای دینامیکی

(جلد دوم)
(چاپ دوم)

نگارنده:
لاورنس پرکو

مترجمان
دکتر سید احمد موسوی
(عضو هیأت علمی دانشگاه تربیت مدرس)

دکتر محمد جهانشاهی
(عضو هیأت علمی دانشگاه تربیت معلم آذربایجان)

1398

دانشگاه تربیت مدرس، لاورنس
Perko, Lawrence
دستگاههای معادلات دیفرانسیل و سیستمهای دینامیکی/ نگارنده لاورنس پرکو؛ مترجمان احمد موسوی، محمد جهانشاهی. - تهران: دانشگاه تربیت مدرس، دفتر نشر آثار علمی، 1381.
2ج.: مصور. - (دانشگاه تربیت مدرس؛ 75؛ 76)
شابک دوره: 978- 964-6213-49-4 ISBN 978-964-6213-49-4 (2. Vol. Set)
شابک: 978-964-6213-53-1 ISBN 978-964-6213-53-1
وضعیت فهرست نویسی: فیپا.
عنوان اصلی: Differential equations and dynamical systems (1996).
واژه‌نامه.
کتابنامه.
1. معادله‌های دیفرانسیل غیرخطی 2. دستگاههای دینامیکی دیفرانسیل‌پذیر. الف. موسوی، احمد، مترجم. ج. دانشگاه تربیت مدرس، دفتر نشر آثار علمی. د. عنوان.
QA372/پ4د5 515/353 1381
کتابخانه ملی ایران 81-32494م

دستگاههای معادلات دیفرانسیل و سیستمهای دینامیکی (جلد دوم)

نگارندگان: لاورنس پرکو
مترجمان: دکتر سید احمد موسوی، دکتر محمد جهانشاهی
ویراستار ادبی و فنی: آتوما فروهی
طراح جلد: جواد پویان
صفحه‌آرایی: مهندس رحیم صفری
شماره انتشار: 76
شماره پیاپی: 378
تاریخ انتشار: 1398
شمارگان: 500
شابک چاپی: 978-964-6213-53-1 **شابک الکترونیکی:** 978-622-8376-50-9
ناشر: انتشارات دانشگاه تربیت مدرس
نوبت چاپ: دوم
کارشناس اجرایی: لیلا نجفی زمان
ناظر چاپ: مصطفی جانجانی
لیتوگرافی: ایران گرافیک
چاپ و صحافی: قشقایی
مرکز پخش: تقاطع بزرگراه‌های آل‌احمد و دکتر چمران، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، صندوق پستی: 318-14115؛ تلفن: 82883096؛ دورنگار: 82883032
آدرس اینترنتی فروش: pub.Modares.ac.ir

مسئولیت صحت مطالب کتاب برعهدهٔ مترجمان است .

تمام حقوق این اثر برای مرکز نشر آثار علمی دانشگاه تربیت مدرس محفوظ است و تکثیر کتاب به هر روشی بدون اجازه کتبی ناشر پیگرد قانونی دارد.

تقدیم به

همهٔ آموزگاران علم و ایمان

و پویندگان معرفت

فهرست مطالب

پیشگفتار مترجمان ..... ه
پیشگفتار نگارنده ..... ز

«جلد اول»

۱ـ دستگاههای معادلات دیفرانسیل خطی ۱
۱-۱ دستگاههای خطی جداشده ۱
۱-۲ قطری سازی ۸
۱-۳ نمایی‌های عملگرها ۱۳
۱-۴ قضیه اساسی دستگاههای خطی ۲۱
۱-۵ دستگاههای خطی در $\mathbb{R}^2$ ۲۵
۱-۶ مقادیر ویژه مختلط ۳۵
۱-۷ مقادیر ویژه تکراری ۳۸
۱-۸ فرمهای جردن ۴۶
۱-۹ نظریه پایداری ۶۱
۱-۱۰ دستگاههای خطی ناهمگن ۷۲
۲ـ دستگاههای غیرخطی: نظریه موضعی ۷۷
۲-۱ تعاریف و مفاهیم مقدماتی ۷۸

۲-۲ قضیه اساسی وجود و یگانگی ۸۳

۲-۳ وابستگی به شرایط اولیه و پارامترها ۹۵

۲-۴ قلمرو ماکزیمال وجود ۱۰۶

۲-۵ فلوی تعریف شده به وسیلهٔ معادلهٔ دیفرانسیل ۱۱۷

۲-۶ خطی سازی ۱۲۶

۲-۷ قضیهٔ منیفلد پایدار ۱۳۰

۲-۸ قضیهٔ هارتمن ـ گروبمن ۱۴۸

۲-۹ پایداری و تابعهای لیاپانوف ۱۶۲

۲-۱۰ زینها، گره‌ها، کانونها و مرکزها ۱۷۲

۲-۱۱ نقاط بحرانی غیرهذلولوی در $\mathbb{R}^2$ ۱۸۵

۲-۱۲ نظریهٔ منیفلد مرکز ۱۹۴

۲-۱۳ نظریهٔ فرم نرمال ۲۰۶

۲-۱۴ دستگاههای هامیلتونی و گرادیان ۲۱۶

۳- دستگاههای غیرخطی: نظریه سراسری ۲۲۹

۳-۱ دستگاههای دینامیکی و قضایای وجود سراسری ۲۳۱

۳-۲ مجموعه‌های حدی و جاذبها ۲۴۵

۳-۳ مدارهای تناوبی، دورهای حدی و دورهای جداساز ۲۶۱

۳-۴ نگاشت پوانکاره ۲۷۴

۳-۵ قضیهٔ منیفلد پایدار برای مدارهای تناوبی ۲۸۷

۳-۶ دستگاههای هامیلتونی با دو درجه آزادی ۳۰۶

۳-۷ نظریهٔ پو انکاره ـ بندیکسون در $\mathbb{R}^2$ ۳۲۱

۳-۸ دستگاههای لینارد ۳۳۳

۳ـ۹ محک بندیکسون ۳۴۹
۳ـ۱۰ کره پوانکاره و رفتار در بی‌نهایت ۳۵۴
۳ـ۱۱ تصویرهای سراسری فاز و پیکربندیهای جداسازها ۳۸۷
۳ـ۱۲ نظریهٔ شاخص ۳۹۲

مراجع ۴۱۹

مراجع اضافی ۴۲۳

واژه‌نامهٔ فارسی به انگلیسی ۴۲۹

واژه‌نامهٔ انگلیسی به فارسی ۴۴۱

نمایه ۴۵۳

«جلد دوم»

۴ـ دستگاههای غیرخطی: نظریهٔ انشعاب ۴۶۵

۴-۱ پایداری ساختاری و قضیهٔ پیکسوتو ۴۶۷
۴-۲ انشعابها در نقاط ساکن غیرهذلولوی ۴۸۴
۴-۳ انشعابهای هم‌بعد بالاتر در نقاط ساکن غیرهذلولوی ۴۹۶
۴-۴ انشعابهای هاف و انشعابها در دورهای حدی از کانونهای چندگانه ۵۰۵
۴-۵ انشعابها در مدارهای تناوبی غیرهذلولوی ۵۱۷
۴-۶ خانوادهٔ تک ـ پارامتری میدانهای برداری دوران‌یافته ۵۴۷
۴-۷ رفتار سراسری خانوادهٔ تک ـ پارامتری مدارهای تناوبی ۵۶۴
۴-۸ انشعابهای هموکلینیک ۵۷۲
۴-۹ روش ملنیکوف ۵۹۱

۴-۱۰ انشعابهای سراسری دستگاهها در $\mathbb{R}^2$ ۶۱۳
۴-۱۱ نظریهٔ ملنیکوف مرتبه دو و بالاتر ۶۴۱
۴-۱۲ انشعاب تاکنس ـ بوقدانوف ۶۵۸
۴-۱۳ مسأله کوپل برای دستگاههای درجه دوم محدود ۶۷۲

مراجع ۷۲۷

مراجع اضافی ۷۳۱

واژه‌نامهٔ فارسی به انگلیسی ۷۳۷

واژه‌نامهٔ انگلیسی به فارسی ۷۴۹

نمایه ۷۶۱

پیشگفتار مترجمان

معادلات دیفرانسیل مولود زیبای حساب دیفرانسیل و انتگرال است که در تبیین و توصیف پدیده‌های فیزیکی و مهندسی نقشی اساسی دارد، زیرا مدل ریاضی بسیاری از مسائل فیزیکی و مهندسی را به صورت معادلات دیفرانسیل درمی‌آورد. بویژه پدیده‌های فیزیکی و مهندسی مرتبط با زمان معمولاً به صورت دستگاههای معادلات دیفرانسیلی، موسوم به سیستمهای دینامیکی، نوشته می‌شوند.

کتاب حاضر از جمله کتابهای مفیدی است که به صورت آموزشی، به طرح نظریه ریاضی این دستگاهها پرداخته و در کنار آن به طور کاربردی به بررسی زمینه‌های فیزیکی و مهندسی می‌پردازد. از این رو برای تدریس درسهای نظریهٔ معادلات دیفرانسیل در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد رشتهٔ ریاضی و همچنین برای درسهای ریاضی مهندسی و سیستمهای دینامیکی رشته‌های فیزیک و مهندسی در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد می‌توانند به عنوان کتاب مرجع درسی استفاده شود.

از آنجا که سه فصل اول کتاب در برگیرندهٔ مباحث عمومی و پایه‌ای درسهای نظریهٔ معادلات دیفرانسیل و سیستمهای دینامیکی است و باتوجه به اینکه فصل چهار با عنوان نظریهٔ انشعاب، شاخه‌ای تخصصی برای دانشجویان کارشناسی ارشد و دکتری رشتهٔ ریاضی محسوب می‌گردد، کتاب در دو مجلد ارائه شد تا ضمن تفکیک موضوعات، استانداردهای نشر نیز رعایت گردد.

واژه‌های علمی و فنی براساس واژگان ریاضی و فنی و مهندسی رایج در انجمن ریاضی ایران و جامعهٔ فنی و مهندسی کشور جایگزین شده است. باوجود این از تمامی استادان فن، همکاران گرامی و دانشجویان عزیز استدعا می‌شود درصورت برخورد با موارد نارسا و لغزش در ترجمهٔ متن، منّت نهند و موارد را به نحو مقتضی به اطلاع مترجمان برسانند تا نسبت به تصحیح آنها در

چاپهای بعدی اقدام شود.

در پایان از تمامی دست‌اندرکاران دفتر نشر آثار علمی دانشگاه تربیت مدرّس بویژه از زحمات بی‌شائبهٔ سرکار خانم دکتر گیتی ترکمان، مدیر دفتر نشر، سرکار خانم آتوما فروهی، سرکار خانم لیلا نجفی زمان و سرکار خانم لیدا ناصری سینکی، کارشناسان محترم دفتر نشر آثار علمی صمیمانه تشکر می‌نماییم. همچنین زحمات طاقت‌فرسای آقای مهندس رحیم صفری و سرکار خانم سارا سلیمی را در تایپ و حروفچینی نسخه‌های دست‌نویس ارج می‌نهیم و صمیمانه از ایشان سپاسگزاری می‌نماییم.

توفیق همگان را در خدمت به رشد و شکوفایی علم و فناوری در میهن اسلامی از خداوند متعال خواهانیم.

پاییز ۱۳۸۱

محمد جهانشاهی
گروه ریاضی
دانشگاه تربیت معلم آذربایجان

سیداحمد موسوی
گروه ریاضی
دانشگاه تربیت مدرّس

پیشگفتار نگارنده

این کتاب مباحثی را که برای تفهیم نظریه کیفی معادلات دیفرانسیل عادی و دستگاه‌های دینامیکی لازم است، ارائه می‌کند. کتاب برای استفاده دانشجویان سال‌های آخر دوره کارشناسی و همچنین سال‌های اول دوره کارشناسی ارشد نوشته شده است. مباحث آن با مطالعه دستگاه‌های خطی معادلات دیفرانسیل عادی شروع می‌شود که برای فردی که درس معادلات دیفرانسیل عادی را خوانده باشد، بحثی آشنا است. یک روش موثر نیز برای حل دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل خطی در فصل اول ارائه می‌شود.

هدف عمده این کتاب مطالعه دستگاه‌های غیر خطی معادلات دیفرانسیل و سیستم‌های دینامیکی است. از آنجا که بیشتر دستگاه‌های غیرخطی معادلات دیفرانسیل نمی‌توانند حل شوند، مباحث کتاب به ارائه نظریه کیفی و هندسی دستگاههای معادلات دیفرانسیل غیرخطی می‌پردازد که براساس کارهای هانری پوانکاره در اواخر قرن نوزدهم روی معادلات دیفرانسیل مثل خاصیتهای تابعی مجوعه جواب یک دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی به عنوان یک دستگاه دینامیکی می‌باشد.

هدف اصلی ما توصیف رفتار کیفی مجموعه جواب دستگاه معادلات دیفرانسیل است که شامل مجموعه‌های پایا و رفتار حدی دستگاه دینامیکی یا فلوی تعریف شده به وسیله یک دستگاه معادلات دیفرانسیل می‌باشد. به منظور نیل به این هدف، ابتدا لازم است نظریه موضعی برای دستگاه‌های غیر خطی توسعه داده شود. این کار در فصل ۲ صورت می‌گیرد که شامل قضیه‌های وجود و یگانگی، قضیه هارتمن-گروبمن و قضیه منیفلد پایدار است.

دو قضیه اخیر، رفتار کیفی مجموعه جواب یک دستگاه غیر خطی معادلات دیفرانسیل را در نزدیکی نقطه ساکن توضیح می‌دهد که معمولاً شبیه به رفتار کیفی مجموعه جواب

دستگاه خطی سازی شده متناظر با آن در نزدیکی نقطه ساکن است.

پس از توسعه نظریهٔ موضعی، به معرفی نظریه سراسری در فصل ۳ می‌پردازیم که این، شامل مطالعه مجموعه‌های حدی، مسیرها و رفتار مسیرها در بی‌نهایت می‌شود. مسائل حل نشده‌ای از تحقیقات جاری و جالب در فصل ۳ ارائه شده است. به عنوان مثال، قضیه پوانکاره–بندیکسون که در فصل ۳ ارائه شده است مجموعه‌های حدی مسیرهای یک دستگاه دوبعدی را توصیف می‌کند، در حالی که مجموعه‌های حدی مسیرهای دستگاه‌های سه بعدی و بالاتر بسیار پیچیده است و پرداختن به طبیعت این مجموعه‌های حدی، از موضوعات جالب تحقیقاتی جدید در ریاضیات می‌باشد. به ویژه دستگاه‌هایی با بعدهای بالاتر که می‌توانند جاذب‌های قوی و دینامیک‌های آشوبی را به نمایش گذارند. مطالب مقدماتی مورد نیاز برای مطالعه و بررسی پیشرفته، در کتاب آمده است. همچنین این کتاب به عنوان سکوی شیرجه به مطالعات و تحقیقات اساسی در زمینه دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل و سیستم‌های دینامیکی، مطالبی را ارائه می‌کند که برای دانشجویانی که قصد ادامه کار در این زمینه‌ها را دارند، بسیار مفید و اساسی می‌باشد. فصل سوم با ارائه روشی برای ساختن تصویرهای فاز سراسری یک دستگاه دینامیکی پایان می‌یابد. تصویرهای فاز سراسری رفتار کیفی مجموعه جواب را برای تمامی زمان‌ها، توصیف می‌کنند.

در فصل ۴ به مطالعه دستگاههای معادلات دیفرانسیل وابسته به پارامتر می‌پردازیم. سئوال جالب در اینجا این است که برای چه مقادیری از پارامتر، تصویر فاز سراسری یک دستگاه دینامیکی، ساختار کیفی خودش را عوض می‌کند؟ پاسخ به این سئوال مباحث اصلی نظریه انشعاب را تشکیل می‌دهد. مقدمه‌ای بر نظریه انشعاب در فصل ۴ ارائه می‌شود که در طی آن انشعابها را نقاط ساکن غیرهذلولوی و مدارهای تناوبی مثل انشعاب تاکنس–بوقدانوف برای دستگاههای مسطح و با یک مقدمه در مورد انشعابهای هموکلینیک مماسی و دینامیکهای آشوب که در دستگاههای با ابعاد بالاتر می‌توانند ظاهر شوند، پایان می‌پذیرد.

پیشنیازهای لازم برای مطالعه معادلات دیفرانسیل و دستگاههای دینامیکی در این کتاب، جبر خطی و آنالیز حقیقی می‌باشد. به عنوان مثال، دانشجو باید نحوه محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه یک تبدیل خطی را که به وسیله یک ماتریس مربع نمایش

داده شده است را بداند و همچنین با مفهوم همگرایی یکنواخت و مفاهیم مربوط به آن آشنایی داشته باشد. مؤلف امیدوار است که دانشجو با معادله این کتاب به اهمیت مباحث جبر خطی و آنالیز حقیقی و هندسه در توسعه نظریه معادلات دیفرانسیل و دستگاههای دینامیکی پی ببرد. قلب نظریه هندسی دستگاههای معادلات دیفرانسیل غیرخطی در فصلهای ۲ – ۴ این کتاب آمده است. برای امکان تدریس ایده‌های اساسی در فصلهای فوق، در یک ترم، لازم است فصل اول سریعاً مرور شود.

بخشهای جدیدی در چاپ دوم کتاب اضافه شده است. بخشهای ۲ – ۱۲ و ۲ – ۱۳ در مورد نظریه منیفلد مرکز و فرمهای نرمال که مطالب بخش ۲ – ۱۱ را برای دستگاههای مسطح عمومیت می‌دهند، جدید می‌باشند. همچنین توضیحات پیشرفته‌ای از روش ملنیکوف شامل چند قضیه جدید و اثباتهای آنها و یک بخش جدید دربارهٔنظریه ملنیکوف برای ابعاد بالاتر در فصل ۴ آمده است. بحث هم–بعد و استنباط آشکار یک انشعاب، همراه با مثالهایی در انشعابهای هم بعد بالاتر، مثل انشعاب تاکنس–بوقدانوف به فصل ۴ اضافه شده است. کتاب با یک بخش جدید که به قسمتی از زمینه‌های جالب تحقیقاتی مؤلف در مورد انشعابهایی که در دستگاههای درجه دوم محدود ظاهر می‌شوند، پایان می‌پذیرد. به دانشجویان توصیه می‌شود با تعیین رویه‌های انشعاب که در کلاسی از دستگاههای درجه دوم در مجموعه مسائل پایانی فصل ۴ ظاهر می‌شوند، در پروژه تحقیق شرکت کنند.

در پایان مایلم که مراتب قدردانی و تشکر خود را از همکارانم: ترنس بلوز و جیم اسویت به خاطر پیشنهادهای مفید برای پیشبرد این کتاب اعلام کنم. همچنین علاقه‌مندم که تشکر خود را از خانم سوئلا هُلتر به خاطر زحمات ارزشمند ایشان در حروف چینی نسخه‌های دست نویس ابراز دارم.

لاورنس پرکو

گروه ریاضی، دانشگاه آریزونای شمالی – آمریکا